Judul : Penerapan Matematika Di Bidang Rangkaian Listrik

Oleh : Dra. Endang Mawarsih

NIP : 131 905 680

ABSTRAK

Pemanfaatan matematika di bidang teknik tak mungkin terelakan lagi dengan makin kompleksnya rangkaian-rangkaian dibidang elektro khususnya.
Tetapi orang sering menganggap matematika merupakan suatu hal yang kurang berguna di bidang teknik.

ABSTRACT

Mathematics is chosen according to the frequency of the occurrence in aplications on engineering education at electronical engineering especially.
So it is not reasonable if to be of opinion that mathemaatics is not important on electrical engineering.

Key Words

State space : state variable

PENERAPAN MATEMATIKA DI BIDANG RANGKAIAN LISTRIK

OLEH : DRA. ENDANG MAWARSIH
NIP : 131 905 680

1. Latar Belakang

Sering orang berpendapat mempelajari matematik adalah merupakan pemberosan waktu dan tak ada gunanya. Pemikiran semacam ini secara tak langsung juga mempengaruhi cara berfikir mahasiswa teknik.

Memang matematik bukanlah suatu ilmu terapan yang dapat menghasilkan suatu yang nyata dapat digunakan ataupun dikonsumsi secara langsung sebagaimana ilmu-ilmu terapan seperti teknik elektro, teknik mesin ataupun teknik sipil. Dalam hal ini matematik dapat dianggap penghubung ataupun bahasa untuk mengekspresikan suatu keadaan yang terjadi, karena itu matematik memang tidak menghasilkan sesuatu yang nyata dapat langsung dinikmati secara langsung.

Pada kesempatan ini akan diungkap sedikit masalah matematik dikaitkan dengan bidang rangkaian listrik.

2. Tinjuan Pustaka

Di bidang teknik elektro akhir-akhir ini sering didengar istilah Ruang Keadaan atau State Space. Apakah sebenarnya state space itu ? Dimanakah letak keunggulan state space, sehingga sedemikian perlunya di bidang teknik elektro ? Untuk menjawab itu tentunya orang teknik elektro akan dapat membuat bermacam alasan yang pada dasarnya karena perlunya memperhatikan suatu kejadian secara seutuhnya dengan memperhatikan keadaan sebelumnya.

Dalam diktat kuliah sistim pengaturan lanjutan yang disusun oleh R.J.Widodo dan Jahya Trisnadi didefinisikan keadaan (state) suatu sistem pada saat $t = \tau$ adalah informasi minimal saat τ yang diperlukan untuk mengetahui output sistem.

Bila suatu sistem dengan input $\underline{u}$ (t), output $\underline{y}$ (t) serta variabel keadaan $\underline{x}$ (t) maka sistem tersebut dapat dinyatakan sebagai matriks :

$$\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ K \\ K \\ u_m(t) \end{bmatrix}; \quad \underline{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ K \\ K \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ K \\ K \\ x_m(t) \end{bmatrix}$$

Ruang berdimensi n yang dibentuk oleh n buah komponen $\underline{x}$ (t) tersebut yang bisa dikenal sebagai RUANG KEADAAN (state space).

Karena itu suatu persamaan keadaan dapat dinyatakan sebagai :

$\underline{x}(t) = A\,\underline{x}(t) + B\,\underline{u}(t)$

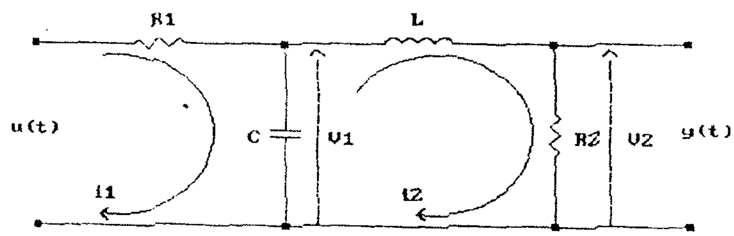
serta persamaan output :

$\underline{y}(t) = C\,\underline{x}(t) + D\,\underline{u}(t)$

dengan matrik A; B; C dan D untuk sistem linier in varian adalah konstant.

3. Uraian Pembahasan

Pada kesempatan ini akan dibahas salah satu penerapan pada rangkaian sedehana seperti pada gambar I di bawah.



Gambar 1

Sesuai dengan teori yang terdapat pada buku Linear Circuit Scott ataupun Rangkaian Listrik terjeahan Sahat Pakpahan, maka dapat dituliskan persamaan untuk rangkaian tersebut adalah :

$$u(t) = i_1 . R_1 + v_1$$

$$v_1 = \frac{1}{c}\int (i_1 - i_2).dt + v_c \quad \text{saat} \quad t = 0$$

$$v_1 = \frac{1}{c}\int (i_1 - i_2).dt + v_1 \quad \text{saat} \quad t = 0$$

$$v_2 = i_2 , R_2$$

Sesuai dengan pengertian ruang keadaan, maka kita dapat mengatakan untuk kondisi awal rangkaian tersebut saat t = 0 ditentukan oleh : v_1; v_2 dan i_2, maka dipilih variabel keadaan (state variabel) adalah :

$$\underline{x} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix}$$

Karena u bukan merupakan vektor, maka kita tak perlu menyatakannya dalam bentuk vektor.

Persamaan keadaan yang berlaku adalah :

$$u = R_1.i_1 + v_1$$
$$= R_1.i_1 + x_1$$

atau : $i_1 = \dfrac{x_1}{R_1} + \dfrac{u}{R_1}$

$$\dot{v}_1 = \frac{1}{c}\int(i_1 - i_2).dt + v_1 \text{ saat } t = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{c}\int(i_1 - x_2).dt + x_1 \text{ saat } t = 0$$

$$x_1 = \frac{i_1 - x_3}{c} = -\frac{x_1}{R.c} + \frac{u}{R.c} - \frac{x_3}{c}$$

$$v_2 = i_2, R_2$$

$$x_2 = x_3, R_2$$

$$L\frac{di_2}{dt} = v_1 - v_2$$

$$L.x_3 = x_1 - x_2$$

$$x_3 = \frac{x_1}{L} - \frac{x_2}{L}$$

Sehingga kita peroleh :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1.c} & 0 & -\frac{1}{c} \\ 0 & 0 & 0 \\ +\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1.c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\underline{x} \quad = \quad A \quad \underline{x} \quad + \quad B \quad u$$

Untuk memperoleh persamaan output kita mengingat kenyataan di lapangan untuk rangkaian seperti pada gambar 1 di atas berlaku keadaan :

$$y = v_2 = x_2$$

Sehingga persamaan matriks dari output sistem itu adalah :

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$= \quad c \quad \underline{x}$$

Dari cara di atas, nampak bila kita menentukan variabel keadaan berdasarkan bersaran yang menentukan kondisi awal dari sistem.

Sedang bila yang kita ketahui adalah persamaan defrensi sistem sebagai contoh :

$$y^{(n)} + b_{n-1}y^{(n-1)} + KKKKKKKKKK + b_1y^{(1)} + b_0y^{(0)} = 0$$

dengan $y^{(n)}$ adalah turunan y ke n pada dt

Untuk itu dapat dipilih variabel keadaan sistem adalah :

$$x_1 = y^{(1)} = x_2$$

$$x_2 = y^{(2)} = x_3$$

–

–

–

$$x_n = y^{(n)}$$

Sedang persamaan keadaan adalah :

$$
\begin{aligned}
x_1 &= y^{(1)} = x_2 \\
x_2 &= y^{(2)} = x_3 \\
&- \\
&- \\
x_{n-1} &= y^{(n-1)} = x_n \\
x_n &= y^{(n)} \\
&= -b_0 y - b_1 y^{(1)} - K\ K\ K\ K\ K - b_{n-1} y^{n-1} + u \\
&= -b_0 x_1 - b_1 x_2 - K\ K\ K\ K\ K - v_{n-1} x_n + u
\end{aligned}
$$

Bila ditulis dalam bentuk matriks akan diperoleh :

$$
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ - \\ - \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & 0 \\ \multicolumn{5}{c}{K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K} \\ \multicolumn{5}{c}{K\,K\,K\,K\,K\,K\,K\,K} \\ 0 & 0 & 0 & & 1 \\ -b_0 & -b_1 & -b_2 & \Lambda & -b_{n-1} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ - \\ - \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ - \\ - \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u
$$

$$\underline{x} \quad = \quad A \quad \underline{x} \quad + \quad B \quad u$$

Persamaan output sistem :

$$
y = \begin{bmatrix} 1 & 0\ K\ K\ K\ K & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ - \\ - \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix}
$$

$$y = \quad c \quad \underline{x}$$

4. Kesimpulan dan Saran

Dari penjelasan di atas, nampaklah bahwa sebenarnya persamaan ruang keadaan atau yang biasa dikenal sebagai state space tak lain dan tak bukan adalah merupakan persamaan matriks vektor yang diterapkan di bidang teknik dengan memperhatikan keadaan sistem yang biasa dikenal sebagai keadaan awal.

Oleh karena itu sebenarnya matematik merupakan sesuatu yang perlu untuk dialami guna penerapan lebih lanjut.

5. Daftar Pustaka

1. Ronald E. Scott, *Linear Circuits*, Addison Wesley Publishing Company, Manila, 1967.
2. Joseph A. Edministre – Sahat Pakpahan, *Rangkaian Listrik*, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1984.
3. R.J Widodo, Jahja Trisnadi, *Diklat Kuliah Sistem Pengaturan Lanjutan*, Jilid I, Laboratorium Sistem Pengaturan dan Komputer Departemen Elektroteknik – ITB, Bandung, 1985.